

### (三角関数) $\sin \theta$ , $\cos \theta$ , $\tan \theta$ を $2\pi$ , $\pi$ , $\frac{\pi}{2}$ ずらすとどうなるか

このドリルで練習するのは、以下の公式です。簡単な説明とともに紹介します。なお、説明のために用語は多少厳密さを欠く使い方をしていきます。

2 $\pi$  ずれるとき

$$\sin(\theta \pm 2\pi) = \sin \theta$$

$$\cos(\theta \pm 2\pi) = \cos \theta$$

$$\tan(\theta \pm 2\pi) = \tan \theta$$

$\pm 2\pi$  ずれても何も変わらない (元に戻る) ということです。sin, cos, tan の3つとも何も変わらないのはこの場合だけです。

$\pi$  ずれるとき

$$\sin(\theta \pm \pi) = -\sin \theta$$

$$\cos(\theta \pm \pi) = -\cos \theta$$

$$\tan(\theta \pm \pi) = \tan \theta$$

tan のみ変化せず、ほかの二つは符号が逆転します。足しても引いても同じ結果になることは、 $(\theta - \pi)$  と  $(\theta + \pi)$  がちょうど  $2\pi$  ずれていることから確認できます。 $\pi$  ずれるとは、単位円で言えば原点に関して対称移動することと同じですから、 $\sin \theta$  や  $\cos \theta$  の符号が逆転することになります。

$\frac{\pi}{2}$  ずれるとき

$$\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \cos \theta \quad (\text{複号同順})$$

$$\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp \sin \theta \quad (\text{複号同順})$$

$$\tan\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan \theta}$$

今迄で一番複雑な式になっています。特徴としては、

- (1) sin と cos が互いに入れ替わる
- (2) sin は素直。+ $\frac{\pi}{2}$  すれば  $\cos \theta$  に、- $\frac{\pi}{2}$  すれば  $-\cos \theta$  になる。
- (3) cos は天邪鬼。+ $\frac{\pi}{2}$  すれば  $-\sin \theta$  に、- $\frac{\pi}{2}$  すれば  $\sin \theta$  になる。
- (4) tan はもとの積が  $-1$  になるようなものへと変わる。これは、tan が原点から単位円の点までの傾きを示していて、 $\frac{\pi}{2}$  ずれると直交するようになるため。

$\theta$  が  $-\theta$  になるとき

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

sin はやはり素直に、マイナスが外へ出てきます。cos は何事もなかったかのようにマイナスにしても変化しません。tan は sin と cos で表されるので、結果的にマイナスが外へ出てくることになります。この変化は、座標平面で言うと、 $x$  軸に関する対称移動です。 $y$  座標を示す sin にマイナスが付くこともそう考えればわかりやすいと思います。

### まとめ

まとめと言うほどでもありませんが、sin, cos, tan 間で移り変わりがあるのは  $\pm \frac{\pi}{2}$  の時だけです。それも sin, cos が相互に入れ替わるというだけですから、特徴をとらえればこの一連の公式は簡単に覚えられると思います。