

n をつかう整数の個数・例題

例題

1 から 450 までの整数のうち、数字の 3 を使っているものは何個ありますか。

数字の 3 をどこかの位で使っているものは何個あるかという問題です。使っている個数で場合分けしましょう。以下、説明のために、1 から 99 までの 3 けたに満たない数字も、空いている位に 0 を入れて 3 けたの数として扱います。たとえば 32 は 032 です。また、□には 3 以外の可能な（上限 450 をこえないかぎりの）1 けたの数字が入るとします。

ア (3 個使用) すべて 3、すなわち 333 が 1 個

イ (2 個使用) 「33□」が 9 個

□には 0 から 9 までの 10 個のうち、3 をのぞく 9 個が入るからです。3 を入れないのは、そのときの 333 はすぐ上で数えてあるからです。というより、その時は 3 個使っているからです。

ウ (2 個使用) 「3□3」が 9 個

だいたい上と同じ理由です。

エ (2 個使用) 「□33」が 4 個

百の位に入るのは 0 から 4 の 5 個のうち、3 以外の 4 個です。

オ (1 個使用) 「3□□」が $9 \times 9 = 81$ 個

同じ記号ですが、□にはそれぞれ異なる数が入ってもよいものと考えてください。

カ (1 個使用) 「□3□」が $4 \times 9 = 36$ 個

百の位には 0, 1, 2, 4 の 4 個が入り、一の位には 3 以外の 9 個が入ります。

キ (1 個使用) 「□□3」が $3 \times 9 + 1 \times 4 = 31$ 個

百の位に 0, 1, 2 が入るとき、十の位は 9 通り、百の位が 4 の時は、十の位は 0, 1, 2, 4 の 4 通りなので、分けて計算します。

(結果) 全部で $1 + 9 + 9 + 4 + 81 + 36 + 31 = 171$ 個です。

一番最後のキが、しわよせが行ってしまってややこしいですね。しかし、ダブって数えてしまうのがこの手の問題で一番気をつけないといけないことであり、場合を分ければそのミスを防ぐことができるので、多少めんどくさくてもきちんと分けた方がいいと思います。

数え方は他にもいくらでもあると思いますから、やりやすいものを身につけるまで色々やってみましょう。

解答には、答えのほかに例題のアイウエオカキの 7 通りの結果も併記しておきます。