

つるかめ算 例題

例題 1

ツルとカメがあわせて 40 います。足の本数の合計は 90 でした。それぞれ何匹（何羽）ずついますか。

このタイプならば面積図も連立方程式も使う必要はありません。

次のような表を書きます。（これから行を書き足していくので下は閉じないでおきます。）

ツル	カメ	足の数
40	0	$40 \times 2 = 80$

この結果の 80 は実際の足の数 90 に足りていませんから、ツルをいくつかへらして、カメをその分だけ増やして、ちょうど 90 になるところを探します。そのためにまず、ツルとカメを 1 ずつ交換したらどうなるかを調べます。この表にもう 1 行、ツルを 1 へらし、カメを 1 増やしたものを書き加えましょう。

ツル	カメ	足の数
40	0	80
39	1	$82 \text{ (} 39 \times 2 + 4 \times 1 = 82 \text{)}$

1 交換すると足の本数は 2 増えることがわかりました。最初の 80 が 90 になるためには、 $(90 - 80) \div 2 = 5$ より、ツル 40 のうち 5 をカメに交換すればいいことになります。その時の行も書いてみましょう。

ツル	カメ	足の数
40	0	80
39	1	82
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
35	5	$35 \times 2 + 5 \times 4 = 90$

たしかに 90 となります。したがって答えは、ツルが 35 羽、カメが 5 匹 です。

はじめに 40 が全部カメだったとしても、同じようにできます。（この場合、交換するたびに足の合計本数は減っていきます。）

次に、表を書きにくい問題を説明します。

今の例題 1 は、個体数が整数になるから表を書くことができました。しかし次の問題で表を書く場合、1 行目はともかくとして、2 行目はどうすればいいのでしょうか？

例題 2

水とジュースが、あわせて 5ℓ あります。重さは合計で 6kg です。水は 1ℓ あたり 1kg、ジュースは 1ℓ あたり 1.3kg であるとき、それぞれ何 ℓ ずつありますか。

この問題と例題 1 との大きな違いは、水やジュースの量 (ℓ) が動物の個体数などとはちがって、整数とは限らないことです。ですから、1ℓ ずつ変化させた表を書いていると、飛び越してしまうかもしれません。しかし、結論から言うと、何とかできます。

まずは最初の行を書いてみます。

水 (1kg/ℓ)	ジュース (1.3kg/ℓ)	重さの合計 (kg)
5	0	5

1ℓ ずつジュースに交換するとして、2 行目を書きます。

水 (1kg/ℓ)	ジュース (1.3kg/ℓ)	重さの合計 (kg)
5	0	5
4	1	$4 \times 1 + 1 \times 1.3 = 5.3$

水 1ℓ をジュースに変えるたびに、重さは 0.3kg 増えることがわかりました。このまま 1ℓ ずつ変えていくと、5.3、5.6、5.9、6.2 となって、6kg を飛び越してしまいましたが、この「1ℓ につき 0.3kg 増える」ことさえわかれば大丈夫です。合計が 5kg から 6kg まで、すなわち 1kg 増えるには、

$$(6 - 5) \div 0.3 = 1 \times \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

ですから、はじめの水 5ℓ のうち $3\frac{1}{3}\ell$ をジュースに交換すればいいということがわかります。したがって答えは、水 $1\frac{2}{3}\ell$ 、ジュース $3\frac{1}{3}\ell$ です。

ここまでの 2 問で気付かれたかもしれませんが、表を書くこと自体はそんなに重要ではありません。表を書いたら答えまで一直線、というわけではなく、「1 単位だけ取りかえるとどうなるのか？」を調べるのが目的だったわけです。ですから、これぐらいの、ふつうのつるかめ算ならば、慣れてきたら書かなくてもいいと思います。ただそれでも、ここから先の応用問題では書いておいたほうがいいです。

例題 3

ペットショップに、カナリアとカメとカブトムシがあわせて 40 いました。足の本数を数えると、合計で 168 でした。そしてカナリアとカメは同じ数だけいるそうです。このとき、それぞれ何匹（何羽）ずついますか。

いわゆる鶴亀トンボ算です。しかしツルとカメとトンボの数を考えるという状況は不自然すぎるので、ツル→カナリア、カメ、トンボ→カブトムシと変更しました。（ペットショップにいそうな動物であるのはもちろんですが、さらに 3 種類ともカで始まる動物にしてみました。どうでもいいですね。）まず、よく説明される方法で解いてみます。3 種類あって、うち 2 種類の比がわかっているんで、これらを平均してみるという方法です。

解き方その 1

（比がわかっているカナリアとカメを平均して取り扱う）

カナリアとカメは同数だから、比で書くと 1 : 1 です。足の本数は（カナリア）：（カメ）＝ 2 : 4 なので、平均的な足の本数は、1 体あたり $(2 \times 1 + 4 \times 1) \div (1 + 1) = 3$ 本です。

以下、「カナリアとカメの平均」という足 3 本の生き物がいると考えます。

（平均したものとカブトムシで通常をつるかめ算）

「カナリアとカメの平均」と「カブトムシ」で、数が 40、足の合計が 168 のつるかめ算を行う。（表は省略）

40 体全部がカブトムシだとしたときの足の本数は、 $6 \times 40 = 240$

実際の本数との差は $240 - 168 = 72$

「カブトムシ」1 匹を「カナリアとカメの平均」1 体に置き換えると、足の合計本数は $6 - 3 = 3$ 本へるから、「カナリアとカメの平均」が何体いるかを計算すると、

$72 \div 3 = 24$ となる。

（平均していたふたつをもとに戻す）

「カナリアとカメの平均」の合計数が 24 で、カナリアとカメは同数ずついるから、カナリアは 12 羽 でカメも 12 匹 と求まる。

そしてカブトムシは、 $40 - 24 = 16$ 匹。

どれか 2 種類の間の数の比がわかっている場合、「その 2 種類をまとめた平均」を考えることができるので、3 種類いるところを、「平均」と「残りの 1 種類」の 2 種類での（通常の）つるかめ算にすることができる、という方法です。

…が、このタイプ（個体数などの整数を扱うタイプ）に対しては、この方法はあまりおすすめしません。「カナリアとカメを平均した存在」とは何か？と悩むことも考えられるので、整数が相手ならば、もっとストレートに表を書きましょう。

解き方その2

表を書きます。カナリアとカメをなるべく少なくした場合からはじめて、2、3行書いてみましょう。

カナリア	カメ	カブトムシ	足の数
0	0	40	$6 \times 40 = 240$
1	1	38	$2 \times 1 + 4 \times 1 + 6 \times 38 = 234$
2	2	36	$234 - 6 = 228$ (1行目と2行目の 差6と同じだけ減るはずだから。)

例題1で書いた表との違いは、カナリアとカメがきちんと1:1になるように変化させなくてはならないこと、それだけです。最初の2行の差を比べてみるだけで、今後1行書き足すごとに、表の数字がどう変化するかがわかります。それによれば、1行書き足すたびに、カナリアは+1、カメは+1、カブトムシは-2、足の数は-6されていくようです。ここから、実際の本数の168と一致するまでに、1行目を書いたあと何行書き足せばいいのかを調べます。

$$(240 - 168) \div 6 = 12$$

すなわち12行書き足せばいいとわかるので、足の数が168になっているのは、

カナリア	カメ	カブトムシ	足の数
0	0	40	240
1	1	38	234
2	2	36	228
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<u>12</u>	<u>12</u>	<u>16</u>	168

です。これは最初に説明した方法と同じ答えになっています。実際に12行全部書きたして13行にするわけではありません。1行進むとカナリアとカメはともに+1されるということから、13行目を書くなれば、1行目に+12すればよいです。

もう一つ、よく扱われる題材の例題をやります。同じように、2通りの方法で解きますから、どちらがいいか比べてみてください。

例題 4

10 円玉と 50 円玉と 100 円玉があわせて 31 枚あります。金額の合計は 1270 円で、10 円玉の枚数は 100 円玉の枚数の 3 倍です。それぞれの硬貨は何枚ずつありますか。

解き方その 1（平均を考える）

（10 円玉と 100 円玉を枚数の比に応じて平均する）

$$(3 \times 10 + 1 \times 100) \div 4 = 32\frac{1}{2}$$

（ $32\frac{1}{2}$ 円玉（？）と 50 円玉でつるかめ算を行う）

$32\frac{1}{2}$ 円玉と 50 円玉が、あわせて 31 枚、金額の合計が 1270 円と考えます。かりに全部が 50 円玉としたときは 1550 円だから、 $1550 - 1270 = 280$ 円の差がなくなるまで 50 円玉を $32\frac{1}{2}$ 円玉にかえます。すると、

$$280 \div (50 - 32\frac{1}{2}) = 280 \div 17\frac{1}{2} = 280 \times \frac{2}{35} = 16$$

より、 $32\frac{1}{2}$ 円玉を 16 枚、50 円玉を 15 枚 用意すればいいことになります。

（ $32\frac{1}{2}$ 円玉をもとにもどす）

16 枚を 3 : 1 の比に分けると、10 円玉が 12 枚、100 円玉が 4 枚 です。

解き方その 2（表を書く）

比がわかっている二つをなるべく少なくして、表を書きます。例題 3 と同様、3 行目まで書いてみます。

10 円玉	100 円玉	50 円玉	合計金額
0	0	31	$50 \times 31 = 1550$
3	1	27	$10 \times 3 + 100 \times 1 + 50 \times 27 = 1480$
6	2	23	$1480 - 70 = 1410$ (1 行目と 2 行目で 70 減っているから)
⋮	⋮	⋮	⋮

1 行進めると 70 円減るようですから、 $(1550 - 1270) \div 70 = 4$ 行書き足した時すなわち 5 行目が答えです。

10 円玉	100 円玉	50 円玉	合計金額
0	0	31	1550
3	1	27	1480
6	2	23	1410
9	3	19	1340
<u>12</u>	<u>4</u>	<u>15</u>	1270

最初のやり方では、例題 3 の時とは違い、平均をとったときに整数になりませんでした。平均するやり方には先に挙げたことの他にもこのようなことが起こり得るので、やはりおすすめできません。（「 $32\frac{1}{2}$ 円玉」がすんなり受け入れられるなら、これもありかなとも思いますが・・・。）