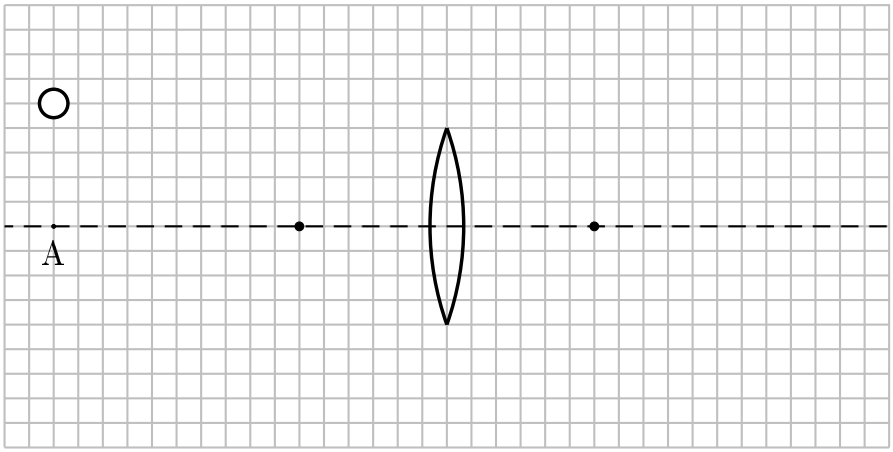
凸レンズⅠ　例題

凸レンズと電球を用いて実験を行いました。図は装置を横から見た様子を表しています。図のうすい線はすべて 1cm 間かくで引いてあるものとして、次の問に答えなさい。

例題１

図のように、光軸（図中の、垂直にレンズの中心を通っている点線）上にあり、レンズから左に 16cm 離れた点 A をとります。そして点 A の真上 5cm の位置に電球をつるして光らせました。この電球の像ができる位置についたて（スクリーン）をおきたいと思います。凸レンズの焦点距離が 6cm（図中の黒い点）であるとき、ついたてはレンズから何 cm のところに置けばよいですか。また、そのときにできる像は元の大きさの何倍になりますか。



解答

ついたて … レンズから 9.6cm、像の大きさ … $\frac{3}{5}$ 倍

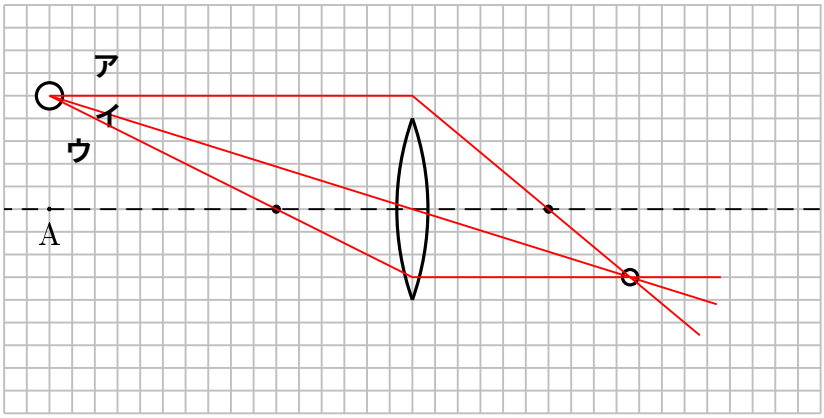
作図

次のような 3 本の線のうちどれか 2 本を引いて、その交点を求めます。3 本全部引いてもいいです。それぞれの線の引き方は次の通り。

ア 光軸と平行にすすんでレンズに入射した光→焦点を通るように屈折

イ レンズの中心を通る光→そのまま直進

ウ 電球がある側の焦点を通ってからレンズに入射した光→光軸と平行になるように屈折



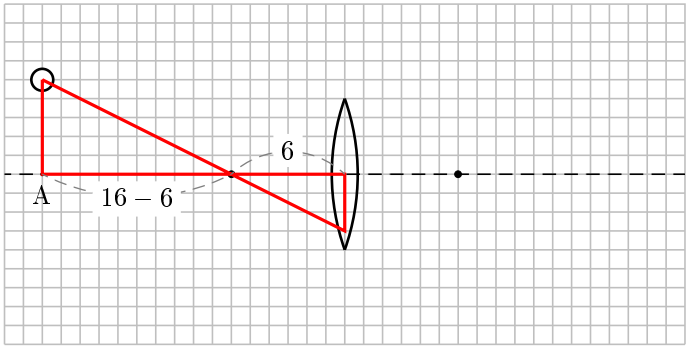
（注意）アやウを引くときは、図のレンズが小さすぎることで光線がはみ出ても気にしないこと。（例題１ではアの線がそういう状態になっています。）もっと大きなレンズだったと思って屈折させましょう。像の位置を調べるための線なので、レンズを外れていても問題ありません。

図示する問題ならばこれで終わりです。長さや大きさの比を求める問題のうち、この問題のように作図をしてもはっきりとした長さがわからない場合は、三角形の相似を考えることで解決します。

まずは大きさの比（電球と像の相似比）です。

相似比

作図で示した 3 本のうち、**ウ**を引くだけで電球と像の相似比がわかります。つぎの図中に示した三角形の相似を考えてください。



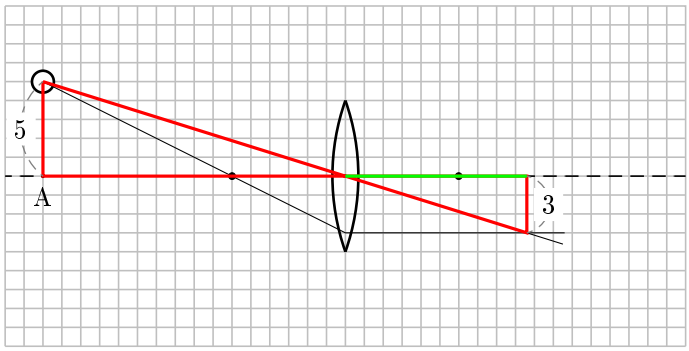
左の三角形と右の三角形の相似比は、

$$(\ \textbf{レンズから A までの距離} - \textbf{焦点距離}\ ) : (\ \textbf{焦点距離}\ ) = (16-6) : 6 = 5 : 3$$

です。この図からわかるように、点 A から電球までの距離（真上に 5cm）が、ついたての像では $5 \times \frac{3}{5} = 3\text{cm}$ になります。電球の像の半径など、電球と像に関する長さは全てこの相似比にしたがって伸縮しますから、できあがる像が元の何倍になるのかも、この相似比を用いればよいのです。したがって答えは、$\frac{3}{5}$ 倍です。

レンズからの距離（ついたての位置）

ウの線に加えて、**ア**か**イ**を引くと像の位置が決まります。この説明では、**イ**の線を引いてできる三角形の相似を考えてみます。



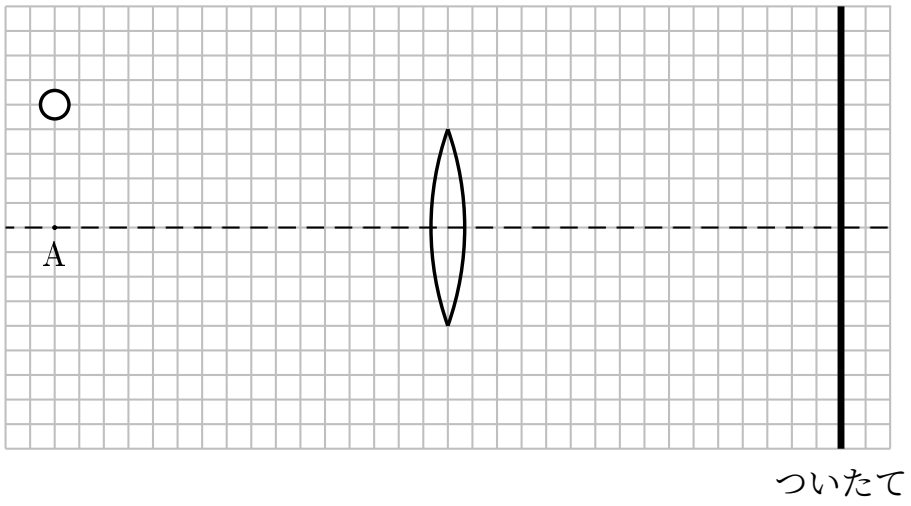
図からわかるように、この三角形の相似比は、上の説明で示した三角形の相似比と一致します。したがって、レンズからついたてまでの距離（図中の緑で示した部分）は、

$$16 \times \frac{3}{5} = 9.6\text{cm}$$

です。つぎの例題 2 は、焦点距離が不明な凸レンズについての問題です。

例題２

電球も凸レンズも例題１と同じ配置のまま、凸レンズを別の焦点距離のものに変えました。この凸レンズから右に 16cm の位置についたてを置いたところ、ついたての上にはっきりとした像ができました。この凸レンズの焦点距離は何 cm ですか。また、像の大きさは電球の何倍ですか。

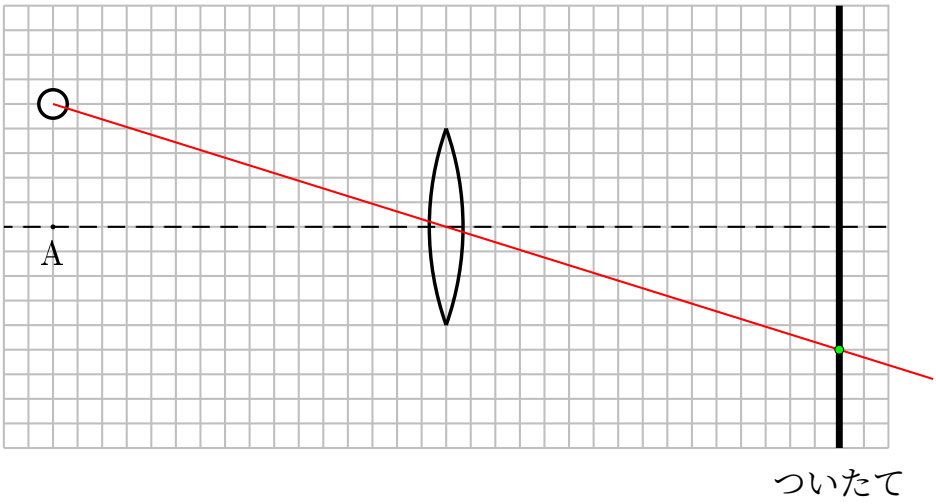


解答

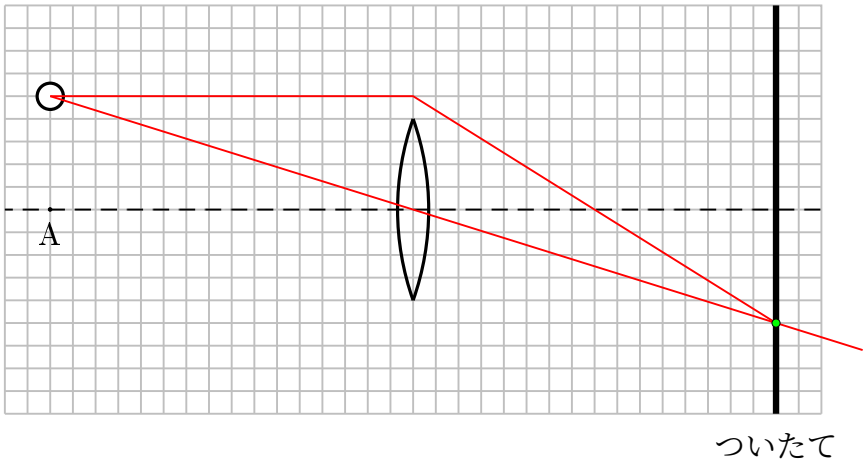
像の大きさ･･･１倍、焦点距離･･･8cm

作図

例題１で引いた、像のできる位置を決める３本の線のうち、焦点距離が不明でも引けるものは**イ**のみです。これをついたてにぶつかるまで引いて、像ができる位置を求めます。



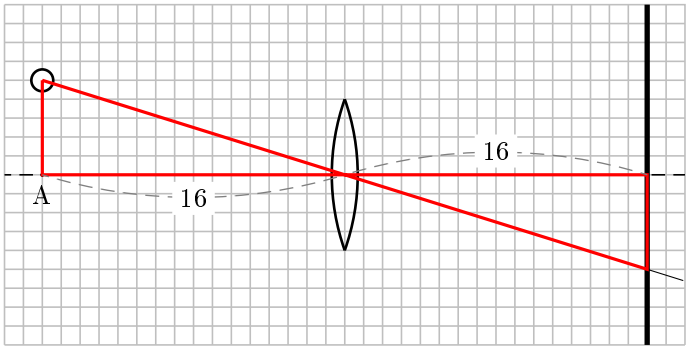
次に焦点を求めます。例題１でいうところのアの線を引きます。それには、電球から平行にレンズまで引いて、そこから、先ほど求めた点めがけて屈折するように線を引けば良いはずです。この最後に引いた線と、光軸との交点が焦点になります。



作図で焦点を求めるのならばこれで終わりです。しかし、常にこのような、「作図のみで長さがはっきりとわかるような位置」に焦点があるとも限らないので、普通はこの作図の後に、次のような相似の計算をします。

相似比

図で示した三角形の相似により、電球と像の相似比が求まります。

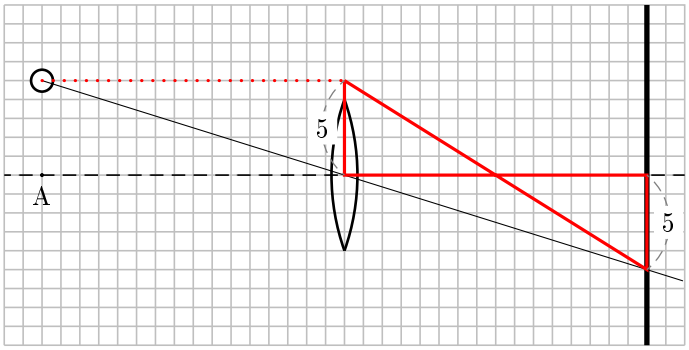


ついたて

この図によると、電球とその実像の大きさの比は結局、「レンズから電球までの距離」と、「レンズからついたてまでの距離」との比に等しくなります。今の図ではどちらも 16cm なので、相似比は $16 : 16 = 1 : 1$ となりますから、像の大きさは電球の 1 倍です。

焦点距離

縮尺がわかれば、次の図に示した赤い三角形の相似により、焦点距離が求まります。



ついたて

この三角形の相似比は、一つ前の図の三角形の相似比と等しくなります。今回のそれは 1 : 1 なので、焦点は 16cm を 1 : 1 に分ける位置にあります。したがって焦点距離は、

$$16 \times \frac{1}{2} = 8\text{cm}$$

となります。

以上で例題は終わりです。

その他

三角形の相似を用いたことからもわかるように、このプリントの例題で求めた長さにはきちんとした公式があります。その点は虚像の例題まで作ってから最後にまとめようと思います。