

平方完成

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$ を平方完成しなさい

以下の手順で行います。

1. x^2 の係数 ($= -\frac{1}{2}$) で、 x^2 と x の項をくくります。

$$y = -\frac{1}{2}(x^2 + 6x) + 2$$

これをするすると x^2 の項の係数は当然 1 となりますが、その次の x の項を間違えずに計算することが最初のポイントです。今の問題のように、マイナスが付いてしかも分数のときが一番複雑だと思うので、気をつけましょう。そのためには、くくる数 ($= x^2$ の係数) の逆数 ($= -\frac{2}{1}$ つまり -2) をかけると考えるのがいいと思います。

2. 計算すると $x^2 + 6x$ が出てくる、 $(x + 3)^2$ を作り、そこからさらに定数項 ($= 3$) の 2 乗の 9 を引きま
す。なぜ引くのかといえば、この 9 はもとの式にはなかったからです。 $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ と展開
すればわかることですが、本来ないものが紛れ込んでいるのです。

$$= -\frac{1}{2}((x + 3)^2 - 9) + 2$$

ミスをなくすため、 $(x + 3)^2 - 9 = x^2 + 6x$ のように、もとにもどることを確かめておきましょう。

3. 最後に、外側の () をはずして、定数項 ($=$ 数字の部分) を計算します。

$$= -\frac{1}{2}(x + 3)^2 + \frac{9}{2} + 2 = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 + \frac{13}{2}$$

これとは違う方法 ($x^2 + 6x$ が $(x + 3)^2$ になれるように、数 3^2 を足して、すぐに引いておく) で教わる
ことが多いようです。上のやり方とは考える順序が違うだけですが、私はこのやり方をおすすめしません。

「あと 3^2 があれば $x^2 + 6x$ は $(x + 3)^2$ となれるから、それを足して、式を変えないためにすぐに引いて
おく」という考え方ですが、そもそも $(x + 3)^2$ の形にしないと何を足して引けばいいのかがわかりにくいので
今回の順序にしました。やりやすいほうを使ってください。

1 平方完成 ($x^2, -x^2$ のみ) その1

(1) $x^2 + 4x$

(2) $x^2 - 4x + 1$

(3) $x^2 - 8x$

(4) $-x^2 + 4x + 2$

(5) $-x^2 + 2x + 3$

(6) $-x^2 + x + 1$

(7) $x^2 + x - 1$

(8) $x^2 - 2x + 3$

(9) $-x^2 - 4x$

(10) $x^2 + 7x - 3$

2 平方完成 ($x^2, -x^2$ のみ) その2

(1) $x^2 + 4x + 2$

(2) $-x^2 + 3x + 1$

(3) $-x^2 + 5x + 2$

(4) $-x^2 - 2x - 1$

(5) $-x^2 - 5x - 1$

(6) $-x^2 - x + 1$

(7) $x^2 - 5x + 1$

(8) $x^2 + 6x + 3$

(9) $-x^2 - 4x + 3$

(10) $-x^2 + 3x + 3$

3 平方完成(分数) その1

(1) $\frac{3}{4}x^2 + 2x$

(2) $\frac{1}{2}x^2 + x$

(3) $\frac{1}{5}x^2 - 2x$

(4) $-\frac{1}{2}x^2 - x$

(5) $-\frac{3}{5}x^2 - 6x$

(6) $-\frac{1}{5}x^2 - 5x$

(7) $-\frac{3}{4}x^2 - 3x$

(8) $-\frac{1}{2}x^2 - x$

(9) $-\frac{2}{3}x^2 + 4x$

(10) $\frac{3}{5}x^2 + 5x$

4 平方完成(分数) その2

(1) $\frac{2}{3}x^2 - 4x$

(2) $-\frac{1}{3}x^2 + 4x$

(3) $\frac{1}{2}x^2 - 3x$

(4) $-\frac{1}{2}x^2 + 5x$

(5) $\frac{1}{3}x^2 + 2x$

(6) $-\frac{1}{3}x^2 - 4x$

(7) $-\frac{1}{5}x^2 - x$

(8) $-\frac{2}{3}x^2 + 3x$

(9) $-\frac{1}{2}x^2 + 5x$

(10) $\frac{1}{4}x^2 - x$

5 平方完成(分数) その3

(1) $-\frac{3}{4}x^2 + 4x$

(2) $-\frac{1}{2}x^2 - 4x$

(3) $-\frac{1}{3}x^2 - x$

(4) $\frac{1}{2}x^2 - 3x$

(5) $-\frac{3}{5}x^2 - 5x$

(6) $\frac{2}{5}x^2 + 2x$

(7) $\frac{1}{5}x^2 - 6x$

(8) $\frac{2}{3}x^2 - 3x$

(9) $-\frac{1}{5}x^2 + x$

(10) $\frac{2}{5}x^2 + 2x$

6 平方完成（標準的な問題） その1

(1) $-\frac{1}{5}x^2 - x - 1$

(2) $-\frac{3}{4}x^2 + 2x - 3$

(3) $\frac{1}{5}x^2 - 2x + 2$

(4) $-\frac{1}{2}x^2 - 3x + 3$

(5) $-\frac{1}{2}x^2 - x - 3$

(6) $\frac{1}{4}x^2 + x + 4$

(7) $\frac{3}{5}x^2 + 2x - 2$

(8) $-\frac{3}{5}x^2 + 3x - 4$

(9) $\frac{1}{5}x^2 - 2x - 4$

(10) $\frac{1}{4}x^2 + 2x - 4$

7 平方完成（標準的な問題） その2

(1) $-\frac{1}{2}x^2 - x - 2$

(2) $-\frac{1}{4}x^2 - 3x - 3$

(3) $\frac{1}{4}x^2 + 3x + 1$

(4) $-\frac{1}{5}x^2 + x + 4$

(5) $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$

(6) $\frac{1}{2}x^2 + 2x - 4$

(7) $\frac{2}{3}x^2 + x + 2$

(8) $\frac{2}{3}x^2 + 3x + 3$

(9) $-\frac{1}{2}x^2 - x + 3$

(10) $-\frac{4}{5}x^2 - 3x - 4$

8 平方完成（標準的な問題） その3

(1) $-\frac{1}{4}x^2 + x + 4$

(2) $-\frac{2}{5}x^2 - x - 3$

(3) $-\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$

(4) $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 2$

(5) $-\frac{2}{3}x^2 + 2x - 2$

(6) $\frac{3}{5}x^2 + x - 2$

(7) $-\frac{1}{2}x^2 - x - 4$

(8) $-\frac{2}{3}x^2 - 2x - 3$

(9) $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3$

(10) $\frac{1}{5}x^2 + x - 2$