計算の工夫（和と差の積）　$a \times a - b \times b = (a + b) \times (a - b)$

例題１

工夫して計算しましょう。
$82 \times 82 - 18 \times 18$

まともに計算するならば、こうですね。

$82 \times 82 - 18 \times 18 = 6724 - 324 = 6400$

これを、$a \times a - b \times b = (a + b) \times (a - b)$ の関係を利用して計算すると次のようになります。

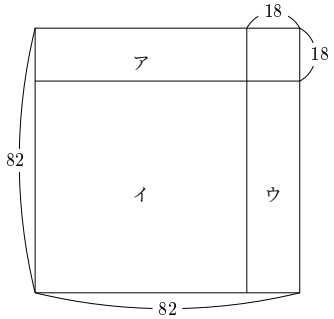
$82 \times 82 - 18 \times 18$

$= (82 + 18) \times (82 - 18)$

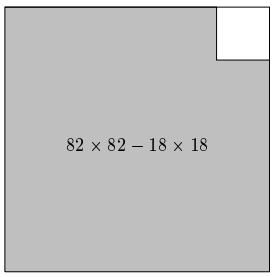
$= 100 \times 64 = 6400$

100 ができたおかげで計算がとても楽になりました。（100 になったのはもちろん、私がそうなるように数字を選んだからですが、この手法が使える問題は大体そのような計算しやすい形に変えられるものですから、どうかインチキくさいと思わずに続きを読んでください。）

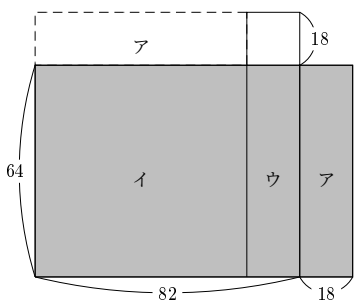
次に、なぜこのような計算をしていいのかの説明です。これは、次のような図形の面積で説明されることが多いです。



左の図は、１辺の長さが 82 の正方形の中に 18 の長さの正方形が含まれているものです。大きい正方形から小さい正方形を引いた部分（ア＋イ＋ウ の部分）の面積が、$82 \times 82 - 18 \times 18$ を示しています。



つまり、左の図で色を付けた部分の面積を求めることは、
$82 \times 82 - 18 \times 18$ を計算することと同じです。面積を簡単に計算するために、図形の形を（形だけを）変えて長方形にします。



アを切り取ってウのとなりに持ってきました。アのよことウのたては同じ長さなので、ぴったりくっつけることができるはずです。こうしてアイウは一つの長方形にでき、
たての長さは $82 - 18 = 64$、横の長さは $82 + 18 = 100$ となりますから、その面積は、100×64 と計算できます。

Copyright 2009-2010 かみのドリル http://kaminodrill.sakura.ne.jp/

以上から、$82 \times 82 - 18 \times 18$ と $(82 + 18) \times (82 - 18)$ は同じ答えになることが分かりました。例では長さ 82 と 18 でしたが、これらを他のどんな数にしても、アとウはぴったりくっつけられる形になります。したがって、数字の大きいほうを a、小さいほうを b とかけば、
$a \times a - b \times b = (a + b) \times (a - b)$ と式の形を変えられることになります。

その他の例題です。

例題２

工夫して計算しましょう。
$434 \times 434 - 424 \times 424 = ?$

解答は、
$434 \times 434 - 424 \times 424 = (434 + 424) \times (434 - 424) = 858 \times 10 = 8580$
です。例題１は和がきりのいい数になるものでしたが、このように、差が計算しやすい数になったり、小さな数になったりする場合もあります。

例題３

工夫して計算しましょう。
$106 \times 94 = ?$

例題１の計算のちょうど反対をしてみます。つまり、例の式を当てはめて和と差の積の形に直したものだと考えて、(**$(a + b) \times (a - b) = 106 \times 94$ と考えて、**)
$106 = a + b$
$94 = a - b$
この二つの式から、a と b を求めます。

和と差から、もとの２数を求める問題は、算数でいえば和差算ですから、たとえば大きいほう a が知りたければ $(106 + 94) \div 2 = 100$ とやって求めることはできますし、中学生なら連立方程式を考えてもいいと思いますし、勘で見つけてもいいと思います。（今はその話がしたいわけではないのでご自由に … 。）とにかく、どうにかしてもとの２個の数字を見つけて、$a \times a - b \times b$ の形に直してみると、
$106 \times 94 = 100 \times 100 - 6 \times 6 = 10000 - 36 = 9964$
となります。

Copyright 2009-2010 かみのドリル http://kaminodrill.sakura.ne.jp/