縮尺（難しい）の例題

レベル2、レベル3の解き方の説明です。覚えてほしいことは以下の3個です。

重要

1. 縮尺の計算と単位換算は別の話。縮尺をかけたからといって、勝手に単位も変わることはない。
2. 縮尺は長さについての比。面積に対して使う時は、2回くりかえす。
3. $1\text{ha} = 100\text{a} = 10000\text{m}^2$ はちゃんと覚えてね。

それでは例題です。例題1と例題2がドリルで言うレベル2で、残りがレベル3です。

例題1

縮尺 $\frac{1}{25000}$ の地図上で、たて3cm よこ4cm であらわされる長方形の土地があります。この土地の実際の面積は何 ha ですか。

たてとよこをそれぞれ実際の長さに直します。たて3cm は、

$$3 \times 25000 = 75000\text{cm} = 750\text{m}$$

よこ4cm は、

$$4 \times 25000 = 100000\text{cm} = 1000\text{m}$$

面積は、

$$750\text{m} \times 1000\text{m} = 750000\text{m}^2$$

これを ha に直せばいいので、求める答えは、

$$750000 \div 10000 = \underline{75\text{ha}}$$

例題2

縮尺 $\frac{1}{5000}$ の地図上で面積が 40cm^2 の土地は、実際には何 a ですか。

例題1とは違って、たてよこが明らかにされていません。たてよこさえわかれば、あとは例題1と同じように計算できます。実は、地図上での面積が 40cm^2 になってさえいけば、たてとよこは勝手に決めて大丈夫です。なぜなら、もしも、

たて5cm、よこ8cm であらわされた 40cm^2 の土地と、

たて4cm、よこ10cm であらわされた 40cm^2 の土地が

実際には異なる広さだとしたら、地図を使う人は大変困るからです。

ですから、上で挙げた、たて5cm、よこ8cm とすれば、例題1と同じように計算して、たては

$$5\text{cm} \times 5000 \div 100 = 250\text{m}$$

よこは

$$8\text{cm} \times 5000 \div 100 = 400\text{m}$$

面積は

$$250 \times 400 \div 100 = \underline{1000\text{a}}$$

例題3

ある縮尺の地図上で、たて3cm よこ5cm であらわされる長方形の土地があります。この土地の実際の面積が60ha のとき、この地図の縮尺を分数で答えなさい。

縮尺は長さに対する比なので、面積に使いたい時は2回かけます。(たとえば、たてよこがそれぞれ $\frac{1}{2}$ 倍されると面積は $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 倍になります。)

この問題では、地図上で 15cm^2 、実際には $60\text{ha} = 6000000000\text{cm}^2$ ですから、

$$15 \div 6000000000 = \frac{1}{400000000}$$

は、縮尺を2回かけたものです。2回かけて $\frac{1}{400000000}$ になるのは、 $\frac{1}{20000}$ です。これは平方数の逆を考えて、何とかして(カンで)見つけるしかありません。

もう一つのやり方は、縦と横の比を使うものです。

地図上ではたてとよこが3:5なので、現実でも3:5になるはずですが、実際のたてよこの長さは、「□mの3倍」と「□mの5倍」のようにあらわすことができ、その積が60haなので、

$$(\square \times 3) \times (\square \times 5) = 600000\text{m}^2$$

となるはずですが。(mであらわされた長さの積なので、haではなくて m^2 に直しました。)

この式をもう少し計算すると、

$$\square \times \square \times 15 = 600000\text{m}^2$$

$$\square \times \square = 40000\text{m}^2$$

となります。2回かけて40000になるのは200ですから、 $\square = 200\text{m}$ とわかりました。ここから、たての長さが $200 \times 3 = 600\text{m}$ となり、地図上でのたての長さと比べて縮尺がわかります。

$$3\text{cm} \div 600\text{m} = 3\text{cm} \div 60000\text{cm} = \frac{1}{20000}$$

です。

どちらのやり方でも、「2回かけて〇〇になるのは…」を考えなくてははいけません。

例題 4

2ha の広さの長方形の土地を、地図上ではかかったら 2cm^2 でした。この地図の縮尺を分数で答えなさい。

ほぼ同じ問題なので、例題 3 と同じやり方で解けます。ただし、たてとよこの情報がないので、2 つめのやり方をする時は、例題 2 のように勝手にたてとよこの比を決める必要があります。ここでは、はじめのやり方で計算します。

$$\begin{aligned} & 2\text{cm}^2 \div 2\text{ha} \\ &= 2\text{cm}^2 \div 20000\text{m}^2 \\ &= 2\text{cm}^2 \div 200000000\text{cm}^2 \\ &= \frac{1}{100000000} = \frac{1}{10000} \times \frac{1}{10000} \end{aligned}$$

したがって縮尺は $\frac{1}{10000}$ です。

例題 1、2 も、縮尺を 2 回かける方法で解くことができます。ただし、単位換算が複雑になる（小数点がガンガン動く）ので、縮尺はなるべく長さに対してだけ使う方がいいと思います。

以上で説明は終わりです。