

n の倍数か n を使う整数の個数・例題

例題

1 から 500 までの整数のうち、「7 の倍数である」か、または、「数字の 7 を使っている」ものは何個ありますか。

まず、「7 の倍数」を数えます。この場合の倍数の個数は割り算をするだけで出るから簡単です。

$$500 \div 7 = 71 \cdots 3$$

だから、1 から 500 までに 7 の倍数は 71 個あります。つぎに、「7 の倍数ではないけれど 7 という数字を使うもの」を数えます。いろいろ考えられますが、ここでは、

「7 を使う整数をパターンごとに数えながら 7 の倍数も同時に数える」

ことにします。以下、□は「3桁の整数が 500 を越えないような 7 以外の数字すべて」が入るものとします。

パターン	個数	7 の倍数の個数	7 の倍数以外の個数
(7 7 7)	なし	なし	なし
(7 7 □)	なし	なし	なし
(7 □ 7)	なし	なし	なし
(□ 7 7)	5	077 の 1 個	$5 - 1 = 4$ 個
(7 □ □)	なし	なし	なし
(□ 7 □)	45	070, 175, 273, 371, 378, 476 の 6 個	$45 - 6 = 39$ 個
(□ □ 7)	45	007, 147, 217, 287, 357, 427, 497 の 7 個	$45 - 7 = 38$ 個
合計	(略)	(略)	<u>81 個</u>

いまは 1 から 500 までの整数の話なので、百の位が 7 のものは調べる必要はありませんが、一応、使っている 7 の個数が 3 個、2 個、1 個となるように場合分けをしてみました。

あとは、それぞれのパターンについて、7 の倍数がいくつあるのかをどうやって数えればいいのかという問題が残っていますが、これはもう単純に、

- 1 パターンの中で一番小さい倍数を見つける。
- 2 □の数字を、低い位から順に変えてみる

という順序がいいとおもいます。(つまり、小さい順ということです。)

以上から、この問題の答えは、 $71 + 81 = 152$ 個とわかりました。

ドリルの解答には、答えとあわせて、「 n の倍数の個数」「数字 n を使う整数の個数」、「数字 n を使う n の倍数の個数」、「数字 n を使うが、 n の倍数ではない整数の個数」の 4 個を併記しておきます。答えがちがっていた場合に比べてみてください。

やり方は他にも色々あると思いますから、やりやすいものを探してみてください。