

1. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

参考元の問題：豊島岡女子学園中学校2016年1(2)

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$ を計算しなさい。

そのまま通分しても何とかなりそうですが、少し工夫します。前回(2017/9/10 追加分)と同じように、「仮に 大きかったら…」と考えてみます。

答えと説明

分数のうちが一番小さい数 $\frac{1}{128}$ がもう一つあった場合を考えてみます。その場合の式と計算は次のようになります。

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{128} \text{ 勝手に足した部分} \\
 = & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} \\
 = & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{32} \\
 = & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} \\
 = & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \\
 = & \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \\
 = & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\
 = & 1
 \end{aligned}$$

このようにして、一番小さい数をもうひとつ用意して足してみると、次々にまとまって行って、最後は1となりました。実際の計算には、この最初に追加した $\frac{1}{128}$ はないので、もともとの計算の答えは1より $\frac{1}{128}$ 小さい、 $\frac{127}{128}$ です。

関連

2倍、2倍、…となっていれば（逆から見ると $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{2}$ 倍、…です。）次のような計算にも使えます。

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192$$

先ほどと同様、一番小さい数3をもうひとつ用意して足してみましよう。

$$3 + 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192$$

$$= 6 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192$$

$$= 12 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192$$

$$= 24 + 24 + 48 + 96 + 192$$

$$= \dots = 192 + 192 = 384$$

3増やして計算すると384になるので、元の問題の答えは $384 - 3 = 381$ です。

あとがき

あくまで、こういう計算もあるよという一例です。知らなくても大して困らないでしょう。面白い話なので作ってみました。

2. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

(1) $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

(2) $\frac{1}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2$

(3) $32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2}$

(4) $\frac{512}{7} + \frac{256}{7} + \frac{128}{7} + \frac{64}{7} + \frac{32}{7} + \frac{16}{7} + \frac{8}{7} + \frac{4}{7} + \frac{2}{7} + \frac{1}{7}$

(5) $1536 + 768 + 384 + 192 + 96 + 48 + 24 + 12 + 6 + 3$

3. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

(1) $256 + 128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4$

(2) $\frac{1}{128} + \frac{1}{64} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$

(3) $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2$

(4) $\frac{512}{5} + \frac{256}{5} + \frac{128}{5} + \frac{64}{5} + \frac{32}{5} + \frac{16}{5} + \frac{8}{5} + \frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

(5) $5 + 10 + 20 + 40 + 80 + 160 + 320 + 640 + 1280 + 2560$

4. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

$$(1) \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$$

$$(2) \frac{1}{256} + \frac{1}{128} + \frac{1}{64} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

$$(3) 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$$

$$(4) \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{8}{3} + \frac{16}{3} + \frac{32}{3} + \frac{64}{3} + \frac{128}{3}$$

$$(5) \frac{512}{3} + \frac{256}{3} + \frac{128}{3} + \frac{64}{3} + \frac{32}{3} + \frac{16}{3} + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

5. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

$$(1) \quad 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

$$(2) \quad 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$

$$(3) \quad 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1$$

$$(4) \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{8}{5} + \frac{16}{5} + \frac{32}{5} + \frac{64}{5} + \frac{128}{5} + \frac{256}{5}$$

$$(5) \quad 10 + 20 + 40 + 80 + 160 + 320 + 640 + 1280 + 2560 + 5120$$

6. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

(1) $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4$

(2) $32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + 8$

(4) $3072 + 1536 + 768 + 384 + 192 + 96 + 48 + 24 + 12 + 6$

(5) $\frac{256}{3} + \frac{128}{3} + \frac{64}{3} + \frac{32}{3} + \frac{16}{3} + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

7. 中学受験計算（特殊）2017/9/13 追加分

$$(1) \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512}$$

$$(2) \quad \frac{1}{512} + \frac{1}{256} + \frac{1}{128} + \frac{1}{64} + \frac{1}{32} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$$

$$(3) \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256}$$

$$(4) \quad 3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96 + 192 + 384 + 768 + 1536$$

$$(5) \quad \frac{512}{5} + \frac{256}{5} + \frac{128}{5} + \frac{64}{5} + \frac{32}{5} + \frac{16}{5} + \frac{8}{5} + \frac{4}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$$